Ion TUDOR

matematică

algebră, geometrie

• Modalități de lucru diferențiate
• Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea I

6

Ediția a IV-a, revizuită

ÎNVĂȚARE DE INIȚIERE ®
susținere, remediere

Editura Paralela 45

Cuprins

Teste de evaluare inițială

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

(0,5p) 1. Produsul numerelor naturale 75 şi 24 este egal cu:
A. 1980; B. 1800; C. 1880; D. 1900.

(0,5p) 2. Cel mai mic număr natural de patru cifre diferite divizibil cu 5 este:
A. 1025; B. 1235; C. 1230; D. 1205.

(0,5p) 3. Media aritmetică a numerelor naturale 71 şi 92 este egală cu:
A. 83,2; B. 86; C. 87; D. 81,5.

(0,5p) 4. Scriind sub formă de fracţie ordinară ireductibilă 56%, obţinem:
A. $\frac{25}{16}$; B. $\frac{16}{75}$; C. $\frac{14}{25}$; D. $\frac{28}{50}$.

(0,5p) 5. Dacă numărul natural $\overline{546x}$ are cifrele diferite şi este divizibil cu 2, atunci cifra x poate fi:
A. 2 sau 8; B. 2, 4 sau 6; C. 0, 2 sau 8; D. 4 sau 6.

(0,5p) 6. Fracţia $\frac{9}{3^n}$ este echiunitară pentru n egal cu:
A. 1; B. 2; C. 3; D. 4.

(0,5p) 7. Calculând $\frac{5}{8}$ din 72 kg, obţinem:
A. 50 kg; B. 24 kg; C. 36 kg; D. 45 kg.

(0,5p) 8. Capacitatea în litri a unui rezervor în formă de cub cu muchia de 1 m este egală cu:
A. 1000 ℓ; B. 200 ℓ; C. 500 ℓ; D. 3000 ℓ.

(0,5p) 9. Perimetrul triunghiului cu lungimile laturilor de 3,5 m, 5,9 m, respectiv 4,6 m este egal cu:
A. 13,8 m; B. 20 m; C. 14 m; D. 12,5 m.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:

(0,7p) 1. Calculaţi: $10 \cdot (701 - 2^5 \cdot 3^3 : 72)$.

(0,8p) 2. a) Transformaţi fracţia ordinară $\frac{35}{11}$ în fracţie zecimală.

(0,8p) b) Transformaţi fracţia zecimală 1,3(8) în fracţie ordinară ireductibilă.

3. Se consideră un dreptunghi de lungime L şi lăţime l, care are aria egală cu 98 cm^2 şi $L = 2l$.

(0,8p) a) Calculaţi lăţimea dreptunghiului.
(0,7p) b) Calculaţi lungimea dreptunghiului.
(0,7p) c) Calculaţi perimetrul dreptunghiului.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

(0,5p) **1.** Diferența numerelor 13,6 și 8,9 este egală cu:
A. 4,7; B. 3,7; C. 4,8; D. 2,9.

(0,5p) **2.** Produsul numerelor 5 și 2,4 este egal cu:
A. 13; B. 14; C. 12; D. 10.

(0,5p) **3.** Câtul împărțirii 274 : 4 este egal cu:
A. 65,4; B. 68,5; C. 68,2; D. 50,5.

(0,5p) **4.** Multiplii de două cifre ai numărului natural 34 sunt:
A. 17, 34; B. 1, 17; C. 1, 34; D. 34, 68.

(0,5p) **5.** Rotunjind fracția zecimală finită 0,675 la a doua zecimală, obținem:
A. 0,68; B. 0,676; C. 0,674; D. 0,67.

(0,5p) **6.** Dintre fracțiile $\frac{7}{4}, \frac{8}{5}, \frac{5}{6}$ și $\frac{4}{3}$, subunitară este fracția:
A. $\frac{4}{3}$; B. $\frac{5}{6}$; C. $\frac{7}{4}$; D. $\frac{8}{5}$.

(0,5p) **7.** Simplificând fracția ordinară $\frac{24}{40}$ până devine ireductibilă, obținem:
A. $\frac{6}{5}$; B. $\frac{7}{2}$; C. $\frac{6}{10}$; D. $\frac{3}{5}$.

(0,5p) **8.** Transformând 0,8 m^2 în decimetri pătrați, obținem:
A. 800 dm^2; B. 40 dm^2; C. 80 dm^2; D. 0,08 dm^2.

(0,5p) **9.** Perimetrul pătratului cu latura de 7 m este egal cu:
A. 42 m; B. 28 m; C. 14 m; D. 35 m.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:

(0,8p) **1.** Determinați numărul natural n pentru care fracțiile $\frac{n}{21}$ și $\frac{8}{7}$ sunt echivalente.

(0,8p) **2.** a) Determinați cel mai mare număr natural care împărțit la 23 dă câtul de 4 ori mai mic decât restul.

(0,7p) b) Rotunjiți la zeci suma numerelor naturale care împărțite la 23 dau câtul de 4 ori mai mic decât restul.

3. Un paralelipiped dreptunghic are $L = 12$ cm, $l = \frac{5}{6}$ din L și $h = 25\%$ din l.

(0,7p) a) Determinați lățimea paralelipipedului dreptunghic.

(0,7p) b) Determinați înălțimea paralelipipedului dreptunghic.

(0,8p) c) Calculați volumul paralelipipedului dreptunghic.

Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

(0,5p) 1. Suma numerelor 5,4 și 7,8 este egală cu:
A. 15,4; B. 13,2; C. 12,2; D. 10,5.

(0,5p) 2. Rezultatul calculului $3^2 - 2^3$ este egal cu:
A. 4; B. 2; C. 3; D. 1.

(0,5p) 3. Precizați câtul și restul împărțirii 3927 : 15:
A. $c = 252$, $r = 12$; B. $c = 261$, $r = 12$;
C. $c = 173$, $r = 7$; D. $c = 160$, $r = 9$.

(0,5p) 4. Amplificând cu 5 fracția $\frac{7}{4}$, obținem fracția:
A. $\frac{21}{30}$; B. $\frac{10}{15}$; C. $\frac{20}{35}$; D. $\frac{35}{20}$.

(0,5p) 5. Divizorii numărului natural 9 sunt:
A. 1, 3, 9; B. 3, 9; C. 3, 6; D. 0, 1, 9.

(0,5p) 6. Dintre fracțiile zecimale 3,45; 3,4(5); 3,(45) și 3,44 cea mai mare este:
A. 3,44; B. 3,4(5); C. 3,(45); D. 3,45.

(0,5p) 7. Transformând fracția ordinară $\frac{59}{100}$ în fracție zecimală, obținem:
A. 9,5; B. 0,95; C. 0,59; D. 5,9.

(0,5p) 8. Transformând în kilograme 600 g, obținem:
A. 5 kg; B. 60 kg; C. 0,6 kg; D. 6 kg.

(0,5p) 9. Suma lungimilor muchiilor unui cub cu muchia de 3,5 dm este egală cu:
A. 35 dm; B. 50 dm; C. 40 dm; D. 42 dm.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:

(0,8p) 1. Calculați: $\frac{3}{2} - \left(\frac{13}{8} - \frac{7}{12}\right) : \frac{5}{6}$.

2. Se consideră numărul natural $\overline{1405x}$.

(0,7p) a) Determinați cifra x pentru care numărul $\overline{1405x}$ devine cel mai mic număr de această formă divizibil cu 4.

(0,8p) b) Determinați cifra x pentru care numărul $\overline{1405x}$ devine cel mai mare număr de această formă divizibil cu 3.

3. Un dreptunghi cu $L = 4l$ are perimetrul egal cu 30 cm. Calculați:
(0,8p) a) lățimea și lungimea dreptunghiului;
(0,7p) b) aria dreptunghiului;
(0,7p) c) perimetrul pătratului care are aria egală cu aria dreptunghiului.

ALGEBRĂ

Capitolul I

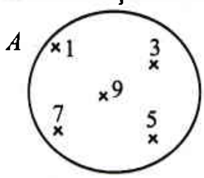
MULȚIMI. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

Lecția 1. Descriere, notații, reprezentări; mulțimi numerice, mulțimi nenumerice; relația dintre un element și o mulțime

Citesc și rețin

Mulţimea este o colecţie de obiecte de aceeaşi natură sau diferite, având **aceeaşi** proprietate. Obiectele din mulţime se numesc **elementele mulţimii**.
Mulţimile se notează cu **litere mari**, iar elementele mulţimilor se notează cu **litere mici**, cifre, numere etc.
Elementele unei mulţimi se scriu între paranteze acolade, despărţite prin virgulă, într-o ordine oarecare.
Într-o mulţime un element este scris **o singură dată**.
Dacă A este o mulţime şi a, un element al său, atunci notăm $a \in A$ şi citim „elementul a **aparţine** mulţimii A".
Dacă a nu este un element al mulţimii A, atunci notăm $a \notin A$ şi citim „elementul a **nu aparţine** mulţimii A".

O mulţime poate fi reprezentată în mai multe moduri:
1. prin enumerarea fiecărui element al mulţimii scris între paranteze acolade;
Exemplu: $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$. Citim: „Mulţimea A este formată din elementele 1, 3, 5, 7 şi 9".
2. prin enumerarea tuturor elementelor mulţimii scrise în interiorul unei linii curbe închise numite diagramă;
Exemplu:



3. enunţând o proprietate caracteristică a elementelor mulţimii.
Exemplu: $A = \{x \mid x \text{ este cifră impară}\}$. Citim: „Mulţimea A este formată din elementele x cu proprietatea că x este cifră impară".

Cum se aplică?

1. Scrieţi mulţimea divizorilor numărului natural 20, notând-o cu litera A.
Soluţie:
Mulţimea divizorilor numărului natural 20 este: $A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$.

2. Se consideră mulțimea $E = \{x$ este număr natural $|\ 2^x < 32\}$. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $0 \in E$; b) $5 \in E$; c) $2 \notin E$; d) $4 \in E$.

Soluție:

Mai întâi, vom enumera elementele mulțimii E. $2^x < 32$, sau $2^x < 2^5$, deci $x < 5$, prin urmare $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ de unde rezultă valoarea de adevăr a propozițiilor: a) A; b) F; c) F; d) A.

3. Enumerați elementele mulțimii $A = \left\{\overline{xyz} \,\middle|\, x = \dfrac{y+z}{4}, 0 < y < z\right\}$.

Soluție:

Dacă $x = 1$, atunci $y = 1$ și $z = 3$, dacă $x = 2$, atunci $y = 1$ și $y = 7$ sau $y = 2$ și $z = 6$ sau $y = 3$ și $z = 5$; dacă $x = 3$, atunci $y = 3$ și $z = 9$ sau $y = 4$ și $z = 8$ sau $y = 5$ și $z = 7$; dacă $x = 4$, atunci $y = 7$ și $z = 9$; pentru $x > 4$ nu avem soluții. Prin urmare, mulțimea se scrie $A = \{113, 217, 226, 235, 339, 348, 357, 479\}$.

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Stabiliți care dintre următoarele propoziții reprezintă o mulțime și completați caseta cu răspunsul corespunzător „Da” sau „Nu”. Justificați răspunsul.

a) $A = \{1, 2, 3, 1\}$; ☐ b) $B = \{a, b, c, d,\}$; ☐ c) $C = \{l, m, n, P\}$; ☐
d) $D = [f, g, h, i]$; ☐ e) $e = \{1, 3, 5, 7\}$; ☐ f) $F = \{1, 7, 8, 9\}$. ☐

2. Citiți următoarele mulțimi:

a) $A = \{d, e, f, g, h\}$; b) $B = \{4, 5, 6, 7, 9\}$;
c) $C = \{x$ este număr natural $|\ 1 < x \leq 7\}$; d) $D = \{x$ este număr natural par $|\ x > 5\}$.

3. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Mulțimea $A = \{a, b, c, d, f\}$ este reprezentată prin:

A. enumerarea fiecărui element;
B. enunțarea unei proprietăți caracteristice a elementelor.

4. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Mulțimea $E = \{x$ este număr natural $|\ x < 4\}$ este reprezentată prin:

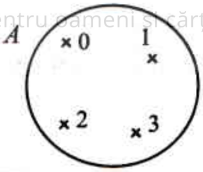
A. enumerarea fiecărui element;
B. enunțarea unei proprietăți caracteristice a elementelor.

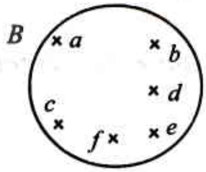
5. Reprezentați fiecare dintre următoarele mulțimi printr-o diagramă:

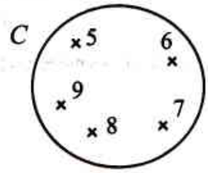
a) $A = \{m, n, o, p, t\}$; b) $B = \{7, 9, 11, 13\}$.

a)

6. Enumerați elementele mulțimilor reprezentate în următoarele diagrame:

a)


b)


c)


b)

7. Scrieți mulțimea cifrelor din sistemul zecimal de numerație, notând-o cu litera A.

8. a) Scrieți mulțimea numerelor naturale prime mai mici decât 20, notând-o cu litera B.

b) Scrieți mulțimea numerelor naturale compuse mai mici decât 20, notând-o cu litera C.

9. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Mulțimea fracțiilor supraunitare cu numărătorul 3 este:

A. $\left\{\frac{3}{0}, \frac{3}{1}, \frac{3}{2}\right\}$;   B. $\left\{\frac{3}{1}, \frac{3}{2}\right\}$;   C. $\left\{\frac{3}{2}, \frac{3}{3}\right\}$;   D. $\left\{\frac{3}{1}, \frac{3}{2}, \frac{3}{3}\right\}$.

10. Enumerați elementele următoarelor mulțimi:

a) $A = \{x$ este număr natural $\mid x < 6\}$ = ...

b) $B = \{x$ este număr natural $\mid x \leq 4\}$ = ...

c) $E = \{x$ este număr natural $\mid 1 < x \leq 7\}$ = ...

d) $F = \{x$ este număr natural $\mid 3 \leq x \leq 9\}$ = ...

11. Scrieți următoarele mulțimi folosind o proprietate a elementelor lor:

a) $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$;   b) $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$;   c) $C = \{0, 2, 4, 6, 8\}$.

c)

12. Enumerați elementele următoarelor mulțimi:

a) $A = \{x \mid x$ este literă a cuvântului „matematica”$\}$ = ...

b) $B = \{y \mid y$ este cifră a numărului „423745786”$\}$ = ...

13. Dacă notăm cu D_n mulțimea divizorilor numărului natural n, scrieți mulțimile următoare:

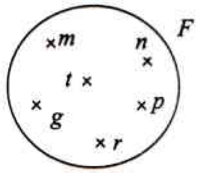
a) D_{15} = ...;   b) D_{21} = ...;

c) D_{28} = ...;   d) D_{30} = ...

14. Se consideră mulţimea $D = \{1, 3, 5, 8, 9\}$. Stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor:

a) $1 \in D$; ☐ b) $3 \in D$; ☐ c) $5 \notin D$; ☐ d) $7 \notin D$; ☐
e) $9 \in D$; ☐ f) $2 \notin D$; ☐ g) $8 \notin D$; ☐ h) $5 \in D$. ☐

15. Folosind diagrama alăturată completaţi caseta cu simbolul corespunzător „$\in$" sau „$\notin$".



a) l ☐ F; b) g ☐ F; c) r ☐ F;
d) t ☐ F; e) h ☐ F; f) m ☐ F.

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

16. Enumeraţi elementele mulţimii $E = \{\overline{ab} \mid \overline{ab}$ este număr prim şi $\overline{ba}$ este număr prim, $a \neq 0$, $b \neq 0\}$.

17. Scrieţi mulţimea $E = \{142, 412, 124, 214, 118\}$ folosind o proprietate a elementelor.

18. Scrieţi mulţimea $A = \{401, 221, 311, 131, 113, 203\}$ folosind o proprietate a elementelor.

19. Enumeraţi elementele mulţimilor:

a) $A = \{\overline{xyz} \mid x \cdot z = y^2, x > z > 0\}$; b) $B = \{\overline{xyz} \mid x \cdot z = y^3, x \geq z > 0\}$.

20. Se consideră mulţimea $M = \{\overline{ab} \mid \overline{ab} = 4n + 3$, unde n este număr natural, $a \neq 0\}$. Arătaţi că:

a) $31 \in M$; b) $47 \in M$; c) $63 \in M$; d) $75 \in M$.

21. Se consideră mulţimea $E = \{\overline{xyz} \mid \overline{xyz} = 10n + 9$, unde n este număr natural, $x \neq 0\}$.

a) Determinaţi cel mai mic element al mulţimii E.
b) Determinaţi cel mai mare element al mulţimii E.

22. Enumeraţi elementele mulţimii:

a) $A = \{a \mid a$ este cifră şi $\overline{173a8} < \overline{17aa8}\}$; b) $B = \{a \mid a$ este cifră şi $\overline{51aa3} \geq \overline{51a63}\}$.

23. Enumeraţi elementele mulţimii:

a) $D = \{n \mid n \in \mathbb{N}$ şi $3^{n+1} \leq 9^4\}$; b) $E = \{n \mid n \in \mathbb{N}$ şi $2^{n+4} < 8^3\}$.

24. Enumeraţi elementele mulţimii $E = \{\overline{ab} \mid \overline{ab}$ este număr prim, $a \neq 0$ şi $u(\overline{ab}^{\,2}) = b\}$.

25. Se consideră mulţimea $E = \{a$ este număr natural $\mid a < 4\}$. Determinaţi mulţimile:

a) $A = \{x \mid x = 3a, a \in E\}$; b) $B = \{y \mid y = a^2, a \in E\}$;
c) $C = \{z \mid z = 2a + 1, a \in E\}$; d) $D = \{t \mid t = a^3 + 2, a \in E\}$.

26. Se consideră mulţimea $A = \{0, 1, 2, ..., n\}$, $n \geq 3$. Dacă a şi b sunt două elemente de aceeaşi paritate ale mulţimii A, arătaţi că $\dfrac{a+b}{2}$ este element al mulţimii A.

27. Se consideră mulţimile $A_1 = \{1\}$, $A_2 = \{2, 3\}$, $A_3 = \{4, 5, 6\}$ etc. Enumeraţi elementele mulţimilor:

a) A_{10}; b) A_{20}; c) A_{30}.

28. Arătați că suma elementelor mulțimii $E = \left\{ \dfrac{\overline{ab}}{\overline{ba}} \;\middle|\; \dfrac{\overline{ab}}{\overline{ba}} = \dfrac{7}{4}, a \neq 0, b \neq 0 \right\}$ este număr natural.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

29. Se consideră mulțimea $E = \{\overline{ab} \mid (a-b)^3 \mid a \cdot b, a > b\}$. Enumerați elementele mulțimii E.

30. Se consideră mulțimea $A_n = \{2^0, 2^1, 2^2, ..., 2^n\}$, unde n este număr natural, $n \geq 1$. Arătați că oricum am alege două elemente din mulțimea A, suma sau diferența lor este divizibilă cu 3.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Scrieți mulțimea:

a) cifrelor pare; b) cifrelor impare.

(3p) **2.** Enumerați elementele mulțimii $A = \{x \mid x$ este literă a cuvântului „aritmetica”$\}$.

(3p) **3.** Enumerați elementele mulțimii $D = \{n \mid n$ este număr natural și $5^{n+2} \leq 125^3\}$.

Lecția 2. Relații între mulțimi

Citesc și rețin

Definiție: Mulțimea care nu are niciun element se numește **mulțimea vidă** și se notează cu $\varnothing$.

Definiție: Două mulțimi A și B se numesc **egale** dacă au aceleași elemente. Notăm $A = B$, iar dacă mulțimile A și B nu sunt egale notăm $A \neq B$.

Definiție: Dacă orice element care aparține mulțimii A aparține și mulțimii B, spunem că mulțimea A este **submulțime** a mulțimii B. Notăm $A \subset B$ și citim „mulțimea A este submulțime a mulțimii B” sau „mulțimea A este inclusă în mulțimea B”.

Exemplu: $\{1, 3, 5\} \subset \{0, 1, 3, 4, 5\}$.

Dacă mulțimea A **nu este submulțime** a mulțimii B, notăm $A \not\subset B$ și citim „mulțimea A nu este submulțime a mulțimii B” sau „mulțimea A nu este inclusă în mulțimea B”.

Observații:

1. Mulțimea vidă este submulțime a oricărei mulțimi.
2. Orice mulțime este propria ei submulțime.
3. Două mulțimi A și B sunt egale dacă și numai dacă $A \subset B$ și $B \subset A$.